ALGUNAS HERRAMIENTAS
PARA LA EVALUACIÓN FINANCIERA DE PLANES DE AHORRO

BARTOLOMEO, Alejandro
MACHIN URBAY, Gustavo
Universidad Nacional de Cuyo
Facultad de Ciencias Económicas
alejandrobartolomeo@gmail.com
gustavomachin@hotmail.com

INTRODUCCIÓN

En la búsqueda de las herramientas que permitan tal comparación y ordenamiento, hemos seguido el siguiente método:

A) Desarrollo de la herramienta tradicional de evaluación de decisiones de financiamiento, el **costo financiero implícito** en dicha financiación. Al respecto, podemos anticipar que encontramos, en la mecánica propia de los planes de ahorro, alguna dificultad para proveer una herramienta coherente que permita conclusiones válidas.

B) Desarrollo del concepto del **valor esperado** del resultado de la financiación. Tratamos de determinar una variable aleatoria que contemple los resultados derivados de la financiación y la ponderación a través de sus respectivas probabilidades. El valor esperado del resultado nos permitirá establecer un orden o ranking de los distintos planes en función de este criterio.

C) Al final del trabajo, hemos recopilado información de algunos **planes vigentes en el mercado**. Sobre ellos hemos aplicado las herramientas teóricas desarrolladas en A) y B).

A) LA EVALUACIÓN A TRAVÉS DEL COSTO FINANCIERO IMPLÍCITO

Si quisiéramos pensar en evaluar la conveniencia o no de tomar un plan de ahorro (para la compra de un vehículo, por ejemplo), deberíamos establecer una alternativa válida a la de decidirnos por un plan. Podríamos, por ejemplo, comparar el plan con la alternativa de tomar un préstamo para su adquisición. Si bien ambas operaciones son esencialmente diferentes, se podría intentar comparar costos financieros de ambas alternativas. Existe una componente de expectativa inflacionaria en el caso del préstamo que se encuentra incluida en la tasa. Esto no ocurre, de acuerdo al modelo planteado, en la tasa efectiva implícita en un plan de ahorro, si no hacemos variar la cuota por el aumento del vehículo. Esta circunstancia de expectativa inflacionaria deberá tenerse en cuenta al comparar las tasas, si se la hiciera. La otra alternativa sería obtener del préstamo una tasa real de interés, descontándole la inflación esperada para el total del plazo del préstamo. En ambos casos, habrá que hacer una estimación del aumento específico o general de precios.

Señalemos las diferencias en la naturaleza de cada operación para avanzar en su comparación.

A.1) Planes de ahorro versus préstamos

En el caso del préstamo, hoy recibimos un cierto valor (neto de gastos e impuestos) al que podríamos denominar Beneficio (desde el punto de vista de la Teoría de la Inversión); que pagaremos en un cierto plazo estipulado contractualmente, a través de desembolsos (costos) que incluyen amortización (reembolso del capital), intereses y cargos por gastos e impuestos. La tasa que iguala el valor actual de ambos grupos de prestaciones (valor actual de beneficios y costos) es la Tasa Implícita, en este caso particular, de costo financiero. Es decir, representa el costo financiero total de dicha financiación. Para establecer una formalización:

V': importe neto del préstamo recibido.
C_j: cada uno de los desembolsos realizados en cada uno de los períodos de pago (para *j* variando de 1 a *n*).
i': tasa de costo financiero total.

$$V' = \sum_{j=1}^{n} c_j \left(1+i'\right)^{-j} \qquad (1)$$

La incógnita a determinar es la tasa *i'*, de costo financiero de la operación. Más allá de ciertas dificultades de cálculo, ya que no puede despejarse algebraicamente, su determinación expresa en términos de tasa implícita en la financiación, cuánto le costaría realmente dicha operación al tomador del préstamo.

Para evaluar el plan de ahorro de forma equivalente, deberíamos tratar de determinar el costo financiero implícito en la financiación. Pero, en este caso, existe una diferencia fundamental. Recordemos que el plan de ahorro tiene, estructuralmente, dos partes bien diferenciadas. La primera etapa (hasta el momento de la adjudicación) se la suele llamar etapa de ahorro. En ella, todos los desembolsos realizados forman parte de un cierto ahorro, que el suscriptor del plan tiene a su favor al momento de la adjudicación del bien objeto del plan. La segunda etapa, generalmente denominada, etapa de préstamo, contempla todos los pagos realizados, una vez ocurrida la adjudicación. Este tipo de operaciones en el campo del Cálculo Financiero, son denominadas Rentas Anticipadas. Formalizando todos estos conceptos, podríamos establecer:

$$-k/V = \frac{VB}{n}\left[\frac{(1+i)^{k}-1}{i} + \frac{1-(1+i)^{-n+k}}{i}\right] \qquad (2)$$

Donde:

VB: es el valor básico del objeto del plan o círculo. Es el verdadero valor del bien objeto de la renta.[1]
n: es la cantidad total de períodos de la renta anticipada
k: es el momento de adjudicación del plan de ahorro. Por ahora será la fecha de valuación de la renta para cada uno de los posibles momentos de adjudicación
-k/V: es el valor total de la renta valuada al momento de su adjudicación. Normalmente nos referiremos a este valor como valor de la renta anticipada para el período k. Para diferenciarla de las rentas diferidas, es que se utiliza el signo menos antes de k.

Para analizar el costo de esta financiación, podríamos hacer una serie de aclaraciones:

[1] Suponemos, por ahora, que en cada cuota se paga la enésima parte del valor del bien. Más adelante, al analizar casos reales, cambiaremos esta condición.

La cuota C_j podría incluir, además de la enésima parte de *VB*, una serie de gastos, a veces como porcentaje de la cuota (g_j) y a veces como suma fija (G_j), que son usuales en los planes de ahorro. Por lo que podríamos expresar que:

$$c_j = \frac{VB}{n}(1+g_j)+G_j$$

Por otro lado, deberíamos considerar la diferente naturaleza de las prestaciones. Las pagadas en la etapa de ahorro, podrían capitalizarse, hasta el momento de la adjudicación a una tasa pasiva (a la que denominaremos i_p), que representa la oportunidad del suscriptor, de ahorrar a dicha tasa, los desembolsos de la primera etapa. Esta tasa podría considerarse un dato. La tasa que representa la segunda etapa (que llamaremos *i'*, o tasa del préstamo), si consideramos dentro de la cuota, todos los gastos, ya sean fijos o variables, debería representar el costo financiero de la operación, tal cual definimos para el caso del préstamo. Con este planteo, ambas alternativas (préstamo y plan) serían comparables.

La nueva fórmula, en función de estas consideraciones, sería:

$$-k/V = \sum_{j=1}^{k} c_j (1+i_p)^{k-j} + \sum_{j=1}^{n-k} c_j (1+i')^{-j} \quad (3)$$

Dentro de esta consideración, hay dos aspectos relevantes que merecen mencionarse. El primero, es el momento de adjudicación. Dicho momento no es conocido a priori. Por lo tanto, podríamos considerarlo aleatorio. Dependerá de que el suscriptor del plan salga sorteado. Este hecho no es menor, ya que implica que tengamos que considerar de 1 a *n* momentos posibles de valuación. El valor de *–k/V* es conocido. Siempre será el valor del bien, objeto del plan. Lo que no es conocido es *k*. Esta circunstancia implica necesariamente considerar el valor esperado de la renta anticipada.

El segundo aspecto importante, tiene que ver con el cálculo de *i'*, propiamente dicho. Supongamos que dejamos de lado por un momento, las consideraciones realizadas sobre la aleatoriedad de *k*. Consideremos qué ocurre, si quisiéramos determinar la tasa *i'*, para todos los valores posibles de *k*.

Para poder desarrollar una solución satisfactoria, podríamos considerar, a partir de (3), lo siguiente:

$$-k/V - \sum_{j=1}^{k} c_j (1+i_p)^{k-j} = \sum_{j=1}^{n-k} c_j (1+i')^{-j} \quad (4)$$

El primer miembro de esta ecuación podría ser considerado el préstamo efectivo (*V'*). Por lo que podríamos reescribir (4) de la siguiente forma:

$$V' = \sum_{j=1}^{n-k} c_j (1+i')^{-j} \quad (5)$$

Las similitudes entre (5) y (1) son evidentes. Para determinar la tasa *i'*, costo financiero de la financiación, podemos recurrir a los procedimientos de cálculo numérico desarrollados a través del cálculo financiero, no representando en principio, un problema. Pero sí lo es el comportamiento del préstamo efectivo V'. Como se puede apreciar, *V'* depende del valor de c_j; del importe de i_p y del momento de adjudicación k, que es aleatorio. Como sugerimos con anterioridad, la aleatoriedad de *k* se puede resolver a través del planteo del valor esperado de la variable aleatoria. Por lo que se podría llegar a pensar en el valor esperado de la tasa *i'*, considerando los diferentes valores que surjan de *i'*, derivados de la ecuación (5) ponderados por la probabilidad de que un suscriptor sea sorteado entre 1 y *n*.

Pero analicemos qué ocurre con *V'*. Dado que el valor de *–k/V* es fijo[2]; el valor del préstamo efectivo está afectado por las cuotas y por la tasa de oportunidad considerada. Supongamos que las cuotas también son fijas (aunque en la realidad, esto no sea así, como veremos más adelante). El valor efectivo dependería de i_p y del momento de adjudicación. Consideremos un ejemplo, para poder evaluar los efectos.

A.2) Ejemplo de aplicación

Supongamos un valor básico *(-k/V)* de 100.000 pesos, a pagar en n= 50 cuotas de un plan de ahorro, considerando una tasa de ahorro alternativo (i_p) del 0,5% periódico para valuar el ahorro. No existen gastos fijos ni variables. Tampoco movimientos de precios relacionados con el valor básico. Si consideramos las tasas implícitas, de acuerdo a la expresión (5), podríamos escribir:

Momento de la Adjudicación	Etapa de Ahorro	Saldo de Préstamo	Tasa i' implícita
1	$2.000,00	$98.000,00	0,000000
2	$4.010,00	$95.990,00	0,000004
3	$6.030,05	$93.969,95	0,000013
4	$8.060,20	$91.939,80	0,000028
5	$10.100,50	$89.899,50	0,000049
...	...	...	...
31	$66.882,83	$33.117,17	0,014148
32	$69.217,25	$30.782,75	0,017027
33	$71.563,33	$28.436,67	0,020618
34	$73.921,15	$26.078,85	0,025153
...	...	...	...
40	$88.317,69	$11.682,31	0,111960
41	$90.759,28	$9.240,72	0,159141
42	$93.213,08	$6.786,92	0,242959
43	$95.679,14	$4.320,86	0,423860
44	$98.157,54	$1.842,46	1,071778
45	$100.648,33	-$648,33	...
...	...	...	...

Tabla 1: *Tasa implícita de un plan, en función del momento de adjudicación.*

[2] Si bien el valor del auto es móvil, a los efectos de la valuación financiera lo consideramos fijo, para evaluar esencialmente el plan y no los efectos de su indización.

Como podemos apreciar, la tasa implícita en la financiación depende de *k* (momento de adjudicación del plan). A medida que aumenta k, también lo hace la tasa implícita. Dicho de otra forma, el saldo del préstamo efectivo *V'* disminuye, por el mayor peso del ahorro. El aumento de esta tasa es exponencial, tendiendo a infinito en los últimos períodos de adjudicación. Para el caso del ejemplo, se puede observa un préstamo efectivo negativo a partir del período 45, con valores de tasas enormes, que tienden a infinito a medida que aumentamos *k*. Esta circunstancia invalida la posibilidad de utilizar el método de la tasa efectiva como elemento de juicio acerca del costo financiero implícito del ahorro previo. No obstante, se pueden obtener algunas conclusiones interesantes respecto de lo que ocurre durante la vigencia del plan. La primera adjudicación implicaría costo financiero 0. Esta es, quizás, la razón por la que algunas emisoras de estos planes no permiten la adjudicación en el primer período. El aumento del costo implícito se produce a ritmo exponencial, lo que hace que a medida que se dilata la adjudicación también crece el costo a dicho ritmo, llegando en los últimos períodos a niveles exorbitantes.

B) EL CÁLCULO DEL RESULTADO ESPERADO

Existe otra posibilidad para evaluar la rentabilidad (o costo) de un plan de ahorro. Inclusive, para compararlo con una financiación ordinaria, en vista de las dificultades de determinación de la tasa implícita revisada en el apartado A). Denominaremos a esta segunda alternativa, el método del resultado esperado. Veamos en qué se basa.

Basándonos en lo que establece la teoría de la inversión, podemos analizar un plan de ahorro, teniendo en cuenta los beneficios que produce y los costos que genera, a los efectos de determinar el resultado que se espera de él. Tanto costos como beneficios serán calculados al momento 0, considerando una tasa de inversión alternativa. De esta forma existe cierta semejanza al criterio del valor actual neto, excepto por el hecho de que este resultado esperado constituye una variable aleatoria, que podrá tomar diferentes valores según el momento de adjudicación. También será necesario determinar la probabilidad de que un suscriptor sea sorteado en el momento *k*. Estas dos circunstancias son las que pasamos a desarrollar a continuación.

B.1) La determinación de las probabilidades de adjudicación[3]

Es importante dejar claro que **lo que se busca estimar es la probabilidad de salir sorteado, en un modelo con licitación**.

Según Tulián (1980), al haber el doble de suscriptores que cantidad n de cuotas, de los *2n* suscriptores, uno será beneficiario con el primer sorteo. La probabilidad para *k=1* será:

$$P(1) = \frac{1}{2n}$$

Para *k=2*, quedarán *2n – 2* suscriptores a la espera de ser beneficiados por el siguiente sorteo. Como el hecho de ser sorteado en el segundo período dependerá de no haberlo sido en el primero, se deberá plantear la probabilidad de no ser sorteado en el primer período (que es uno

[3] En todo este apartado se ha seguido la siguiente publicación: TULIÁN, Eliseo César. (1980). *Valor Esperado de un tipo de Rentas Aleatorias*, en Revista de la Facultad de Ciencias Económicas, N° 81, FCE UNCuyo, Mendoza.

menos la probabilidad de ser sorteado en el primero) multiplicada por la de serlo en el segundo, entre los que quedan:

$$P(2) = \left(1 - \frac{1}{2n}\right)\frac{1}{2n-2} = \frac{2n-1}{2n} \times \frac{1}{2(n-1)}$$

Si se simplifica la notación:

$$P(2) = \frac{2n-1}{4n(n-1)}$$

Para *k=3*, se necesita determinar el producto de tres probabilidades:

a) la de no haber sido sorteado en el primero,
b) la de no haber sido sorteado en el segundo si no lo fue en el primero,
c) la de ser sorteado en el tercero, entre los que quedan.

$$P(3) = \frac{2n-1}{2n}\frac{2n-3}{2n-2}\frac{1}{2n-4}$$

$$P(3) = \frac{(2n-1)(2n-3)}{2n \times 2(n-1) \times 2(n-2)} = \frac{(2n-1)(2n-3)}{8n(n-1)(n-2)}$$

Análogamente, para *k=4*

$$P(4) = \frac{(2n-1)(2n-3)(2n-5)}{16n(n-1)(n-2)(n-3)}$$

Interesa analizar la situación particular del último período. Luego de *n-1* períodos, se han adjudicado *2(n-1)* unidades objeto del plan. Por ejemplo, en un plan de 50 cuotas para la adquisición de un auto, luego de 49 períodos de vigencia, se han adjudicado 98 unidades. De acuerdo a lo que se razonó hasta ahora, puede llegarse a establecer que la probabilidad de *P(k=n)* es la probabilidad de no haber sido sorteado en los períodos anteriores por la de serlo en el último. Esta última es ½, ya que de dos casos posibles, uno solo sería por sorteo. Pero como la adjudicación de las dos últimas unidades del plan es forzosa, la probabilidad de ser sorteado en el último es la certeza. Para que esto se produzca, la probabilidad ½ debe multiplicarse por 2. Por eso la probabilidad compuesta del último período debe ser el doble de lo que nos daría la cuenta con la probabilidad de ½ anteriormente detallada.

Para poder tabular las probabilidades y determinar los valores esperados de rentas anticipadas con cualquier cantidad de cuotas, sería necesario llegar a una expresión general de probabilidades, para cualquier número de períodos. Pero menos complicado y quizás más práctico, es considerar la formulación de una expresión recursiva de *P(k).* Si se observan las expresiones de *P(1)*, *P(2)*, *P(3)* y *P(4)* detalladas con anterioridad, podría cada probabilidad ser expresada en función de la anterior, como sigue:

$$P(2) = \frac{2n-1}{4n(n-1)} = \frac{2n-1}{2(n-1)}P(1)$$

$$P(3) = \frac{(2n-3)}{2(n-2)}P(2)$$

$$P(4) = \frac{(2n-5)}{2(n-3)}P(3)$$

Y, en general, para *P(k)*:

$$P(k) = \frac{(2n-2k+3)}{2(n-k+1)}P(k-1)$$

De esta forma, se puede tabular la probabilidad de ser adjudicado por sorteo, en alguno de los k períodos, desde 1 a *n*; a partir de la probabilidad *P(1).* Debe recordarse que la última probabilidad, para *k=n*, deberá multiplicarse por 2, de acuerdo a lo explicado en párrafos anteriores.

Las probabilidades estimadas para planes que prevean licitación, de 50 y 84 cuotas, están incluidas en el Apéndice I de este trabajo.

B.2) El planteo de la variable aleatoria y su resultado esperado

Lo que buscamos hacer en este apartado es valuar conjuntamente, todas las prestaciones que impliquen una erogación o pago (valor actual de los costos, desde el punto de vista de la teoría de la inversión) y las que impliquen un beneficio (pero a su valor actual), que es el valor del bien objeto del plan, valuado al momento 0. Una vez determinados los valores posibles de las variables (costos o beneficios) los asociaremos a su respectiva probabilidad de ocurrencia y obtendremos su valor esperado.

Recordemos, que según la expresión (3), teníamos cómo se determina el valor, período a período, de los costos del plan:

$$-k/V = \sum_{j=1}^{k} c_j (1+i_p)^{k-j} + \sum_{j=1}^{n-k} c_j (1+i')^{-j}$$

Para determinar el valor esperado de estos costos, recurriremos a corregir el valor actual de –*k/V*, para valorarlo al momento 0, multiplicando cada uno de los sumandos de ambas sumatorias, por $(1+ip)^{-k}$. Para facilitar la notación, consideraremos:

$$v^k = \frac{1}{(1+i_p)^k}$$

En símbolos, podríamos plantear que:

$$(-k/V)\begin{Bmatrix} -1/Vv & -2/Vv^2 & -3/Vv^3 & \ldots & -(n-2)/Vv^{n-2} & -(n-1)/Vv^{n-1} & -n/Vv^n \\ p(1) & p(2) & p(3) & & p(n-2) & p(n-1) & p(n) \end{Bmatrix} (6)$$

La expresión (6) describe cuál es la variable aleatoria (-*k/V*) si se toman todos los posibles valores de la variable y se multiplican por su probabilidad de ocurrencia; el resultado será el valor esperado de los costos asociados a un plan de ahorro de n períodos, con adjudicación por sorteo, en el período k, si el plan prevé la posibilidad de licitación.

Debemos proceder igual con el beneficio esperado de la inversión en un plan. El beneficio esperado *E(B)* será, el valor actual del valor objeto o valor básico *(VB)*, recibido en cada período *(k)*, actualizado por los k períodos y multiplicado por su correspondiente probabilidad. Si consideramos al valor de referencia o básico, fijo, es decir, en un contexto sin inflación, podríamos escribir:

$$(\mathrm{B})\begin{Bmatrix} \mathrm{VBv} & \mathrm{VBv}^2 & \mathrm{VBv}^3 & \cdots & \mathrm{VBv}^{n-2} & \mathrm{VBv}^{n-2} & \mathrm{VBv}^{n} \\ \mathrm{p}(1) & \mathrm{p}(2) & \mathrm{p}(3) & & \mathrm{p}(n-2) & \mathrm{p}(n-1) & \mathrm{p}(n) \end{Bmatrix} (7)$$

En definitiva, el resultado esperado, *E(RE)* será:

$$\mathrm{E(RE)} = \mathrm{E(B)} - \mathrm{E(-k/V)} \quad (8)$$

B.3) Ejemplo de determinación del valor esperado del resultado

Procederemos a aplicar todo lo desarrollado en B.1) y B.2) al mismo ejemplo desarrollado en el apartado A).

Para ello, es necesario determinar el valor esperado de los costos (o valor de la renta anticipada). Recordemos que el valor del bien era 100.000; a pagar en 50 cuotas, en un plan de ahorro, con la posibilidad de licitación en cualquier momento. El valor de la cuota es la enésima parte del valor del bien. Si consideramos la misma tasa de valuación para la etapa de ahorro que para la de préstamo, podemos describir varias situaciones interesantes.

k	**Ahorro en k**	**Préstamo en k**	**Costo en k**	**Beneficio en k**	**Resultado en k**	**Prob.**	**Rdo x Prob**
1	2.000,00	86.727,00	88.727,00	100.000,00	11.273,00	0,01	112,73
2	4.010,00	85.160,64	89.170,64	100.000,00	10.829,36	0,0101	109,38
3	6.030,05	83.586,44	89.616,49	100.000,00	10.383,51	0,0102	105,91
4	8.060,20	82.004,37	90.064,57	100.000,00	9.935,43	0,0103	102,33
5	10.100,50	80.414,39	90.514,89	100.000,00	9.485,11	0,0104	98,65
...	...	...	...	...	...	...	...
23	48.620,81	50.396,06	99.016,86	100.000,00	983,14	0,0134	13,17
24	50.863,91	48.648,04	99.511,95	100.000,00	488,05	0,0136	6,64
25	53.118,23	46.891,28	100.009,51	100.000,00	-9,51	0,0139	-0,13
26	55.383,82	45.125,73	100.509,55	100.000,00	-509,55	0,0142	-7,24
27	57.660,74	43.351,36	101.012,10	100.000,00	-1.012,10	0,0145	-14,68
28	59.949,04	41.568,12	101.517,16	100.000,00	-1.517,16	0,0148	-22,45
...	...	...	...	...	...	...	...
47	105.667,33	5.940,50	111.607,82	100.000,00	-11.607,82	0,0364	-422,52
48	108.195,66	3.970,20	112.165,86	100.000,00	-12.165,86	0,0424	-515,83
49	110.736,64	1.990,05	112.726,69	100.000,00	-12.726,69	0,0531	-675,79
50	113.290,33	0,00	113.290,33	100.000,00	-13.290,33	0,1592	-2.115,82
				VA Rdo.	0,00	**RE**	**-3.624,13**

Tabla 2: *Resultado esperado para un plan de 50 cuotas.*

Como podemos apreciar, este plan no tiene recargos por gastos, ni como porcentaje de la cuota ni como importe fijo. El costo es creciente con respecto a k, mientras que el beneficio se mantiene constante a lo largo del plan, ya que es el valor del bien objeto del plan, que supusimos constante. Esta es la razón de que la diferencia (o Resultado) en cada período sea menor que el anterior. Como podemos apreciar en el cuadro, el resultado pasa de positivo a negativo en la mitad del plan. Si calculamos el valor actual de todos los resultados consignados en la columna [Rdo en k], da 0. Existiría una compensación de los resultados positivos al inicio con los negativos desde k=25. No obstante, por no tener una distribución uniforme de probabilidad, vemos que el valor esperado es levemente negativo. También podemos concluir que si incluyéramos otros componentes en la cuota, como gastos y seguros, es obvio que el plan tendrá valores esperados negativos aún mayores.

Utilizaremos ambos métodos para analizar los planes existentes en el mercado en este momento (mayo de 2016) para poder dilucidar rankings de conveniencia y posibilidades de comparación con alguna financiación específica.

C) DESCRIPCIÓN DE LOS PLANES VIGENTES EN EL MERCADO. APLICACIÓN DE LOS MODELOS DESCRIPTOS

En la actualidad (mayo de 2016), existen una gran cantidad de **planes de ahorro** para la compra de vehículos, entre los cuales podemos citar Autoahorro Volkswagen, Autoplan Peugeot, Fiat Plan, Plan Ovalo Ford, Plan Rombo Renault, Plan Chevlolet, Plan Círculo Citroën, Plan Chery y Plan Toyota; cada uno de ellos presenta diferentes modelos, opciones y condiciones.

Estos planes se denominan de **círculo cerrado,** dado que se constituye un grupo con un número determinado de miembros (suscriptores) y no existe posibilidad de incorporación de nuevos, de modo que cada grupo se extingue cuando el último suscriptor del grupo resulta adjudicado.

Las dos alternativas más utilizadas en estos planes son: el financiamiento del total del vehículo (100%) **y** el plan denominado "70/30"**,** donde el 70% se financia y el 30% restante se toma a modo de licitación o tendrá que ser abonado al momento de hacer el pedido de la unidad.

En el presente trabajo analizamos los planes vigentes en Mendoza para la compra de vehículos 0 km. Como ejemplo tomamos los segmentos *hatchback* y *pick up*. Dentro del segmento *hatchbach* tuvimos en cuenta 3 planes de ahorro que financian el 100% del auto en 84 cuotas:

Plan	**Fabricante**	**Modelo**
Plan Ovalo	Ford	Fiesta Kinetic
Plan Rombo	Renault	Clio Mio 5 puertas
Autoahorro	Volkswagen	Gold Trend 5 puertas

Tabla 3: *Segmento hatchback*

Dentro del segmento pick up tuvimos en cuenta 3 planes de ahorro que financian el 70% del vehículo en 84 cuotas:

Plan	**Fabricante**	**Modelo**
Plan Ovalo	Ford	Ranger CD XL
Plan Toyota	Toyota	Hilux DC DX
Autoahorro	Volkswagen	Amarok DC TDI

Tabla 4: *Segmento pick up*

Existen, en estos planes, diferencias sustanciales con lo que normalmente se establecía como plan de ahorro. El pago de cuotas, aún cuando no existiesen cambios en el valor básico (*VB*), no es constante a lo largo de la vida del plan, sino que varía por tramos según lo establece el fabricante. El importe a pagar mensualmente incluye la cuota pura (llamada alícuota), el seguro de vida, los gastos de administración, bonificaciones, entre otros conceptos.

Cabe aclarar, respecto de la llamada "alícuota", que la cuota no es la enésima parte del valor del vehículo. Si bien es obvio que el valor del auto se termina pagando, en algunos planes, en las primeras cuotas, la alícuota es menor a 1/n, compensándose en las próximas cuotas. Los derechos de suscripción y demás gastos están prorrateados en todas las cuotas. Desconocemos la forma de prorratearlo. Estas circunstancias hacen que no se cumpla la condición:

$$c_k = \frac{VB}{n}$$

Es decir que el valor básico no es igual a n veces las cuotas C_k. Este producto, es mayor que el valor básico.

$$c_k n > VB$$

No obstante estas circunstancias, los modelos de evaluación presentados pueden utilizarse de igual modo.

A continuación presentamos las cuotas para los distintos planes dentro de cada categoría.

C.1) Detalle de los planes de ahorro

Si bien existen numerosas modalidades y modelos, solo analizaremos los detallados a continuación, como ejemplo de aplicación de los métodos analizados en los párrafos A) y B). Todos los planes permiten la adjudicación de un auto por sorteo y otro por licitación. Cuando se financie el 70% del valor del vehículo (segmento pick up), analizaremos la parte financiada solamente.

MARCA Modelo	**Plan de ahorro**	**Cuota pura**	**Precio de lista**	**Precio financiado**
VOLKSWAGEN Gold Trend	Autoahorro	$ 2.219,98	$ 186.478	$ 226.960
RENAULT Clio Mio	Plan Rombo	$ 2.252,38	$ 189.200	$ 225.938,20
FORD Fiesta Kinetic	Plan Ovalo	$ 3.373,82	$ 283.400	$ 337.311

Tabla 5: *Información segmento hatchback*

VOLKSWAGEN Gold Trend		**RENAULT Clio Mio**		**FORD Fiesta Kinetic**	
Rango	Cuota	Rango	Cuota	Rango	Cuota
1	$ 1.694	1	$ 1.533,66	1	$ 3.999
2 a 13	$ 1.720	2 a 9	$ 1.848, 47	2 a 13	$ 4.154
14 a 16	$ 2.007	10 a 14	$ 2.302,96	14 a 15	$ 4.135

17 a 24	$ 2.449	15 a 18	$ 2.429,20	16 a 41	$ 4.099
25 a 51	$ 3.413	19	$ 2.681,70	42 a 61	$ 4.038
52 a 54	$ 3.224	20 a 24	$ 2.366,36	62 a 84	$ 3.820
55 a 84	$ 2.573	25 a 30	$ 2.618,86		
		31 a 62	$ 3.123,84		
		63 a 64	$ 2.909,22		
		65 a 84	$ 2.618,86		

Tabla 6: *Cuotas segmento hatchback*

MARCA Modelo	**Plan de ahorro**	**Cuota pura**	**Precio de lista** (70%)	**Precio financiado** (70%)
VOLKSWAGEN Amarok DC TDI	Autoahorro	$ 3.794,17	$ 318.710	$ 399.809
TOYOTA Hilux DC DX	Plan Toyota	$ 4.048,33	$ 340.060	$ 398.841,69
FORD Ranger CD XL	Plan Ovalo	$ 3.574,17	$ 300.230	$ 363.753

Tabla 7: *Información segmento pick up*
En 84 cuotas, financiación 70% en pesos (abril 2016)

VOLKSWAGEN Amarok DC TDI		**TOYOTA Hilux DC DX**		**FORD Ranger CD XL**	
Rango	Cuota	Rango	Cuota	Rango	Cuota
1	$ 4.253	1	$ 7.477,27	1	$ 4.336
2 a 13	$ 4.393	2 a 18	$ 5.402,62	2	$ 4.554
14 a 24	$ 4.821	19 a 84	$ 4.538,18	3 a 6	$ 4.544
25 a 36	$ 5.393			7 a 41	$ 4.467
37 a 49	$ 5.291			42 a 71	$ 4.339
50 a 84	$ 4.466			72 a 84	$ 4.033

Tabla 8: *Cuotas segmento pick up*

C.2) Una primera aproximación

Tal cual desarrollamos en el apartado A.2), de acuerdo con el ejemplo de aplicación, se llegó a la conclusión de la dificultad de establecer tasas implícitas de costo de la financiación de acuerdo al momento de adjudicación. Como expusimos, en los últimos períodos (cuando k se acerca a n), la tasa crece exponencialmente, haciendo muy difícil llegar a un valor esperado de tasa de costo coherente y representativo.

Por otro lado, como podemos apreciar en la información del apartado anterior, en todos los planes, las prestaciones por cuotas son mayores que la enésima parte del valor del vehículo. Por ejemplo, para la Ranger CD XL, podemos determinar la cuota pura como sigue:

$$(0,70x428.900)/84=3.574,17$$

Vemos que las cuotas que se pagan son, en todos los casos mayores a ésta. Esto sucede en todos los planes.

Podríamos, por lo tanto, determinar la tasa implícita de costo financiero (TICF) que existe en cada uno de los planes, haciendo de cuenta que es una financiación tradicional (un préstamo), es decir, el valor del auto se recibe en 0. Este valor de tasa sirve como punto de partida de la evaluación, pero no es el costo financiero del plan.

Plan	Tasa implícita CF mensual	Tasa implícita CF anual
AUTOAHORRO VW	0,46%	5,63%
PLAN ROMBO	0,41%	5,03%
PLAN OVALO	0,43%	5,28%

Tabla 9: *Tasas implícitas de Costo Financiero en cada plan (TIR de los flujos de fondos). Segmento hatchback.*

Como se puede apreciar, los costos implícitos en cada plan no son tan diferentes entre sí.

Rondando entre el 5,03 y el 5,63 anual. Ordenando de más barato a más caro, en función de este enfoque, deberíamos establecer el siguiente orden:

1) Plan Rombo.
2) Plan Ovalo.
3) Autoahorro VW.

Haciendo el mismo análisis para el segmento *pick up*, los valores serían:

Plan	Tasa implícita CF mensual	Tasa implícita CF anual
AUTOAHORRO VW	0,56%	6,74%
PLAN TOYOTA	0,40%	4,82%
PLAN OVALO	0,48%	5,75%

Tabla 10: *Tasas implícitas de Costo Financiero en cada plan (TIR de los flujos de fondos). Segmento pick up.*

De acuerdo a este criterio, el orden (de menor a mayor costo implícito) sería:

1) Plan Toyota
2) Plan Ovalo
3) Autoahorro VW

C.3) Cálculo de los resultados esperados para cada segmento

En el presente apartado procederemos a aplicar todo lo desarrollado en el apartado B), respecto a los dos segmentos elegidos.

Para el caso del segmento *hatchback*, los valores son:

Plan	Tasa de valuación	Nro.de Cuotas	VB (Valor Básico)	VE(R) Valor Esperado del Resultado	VE(R)/VB Costo vs Inversión

AUTOAHORRO VW	0,50%	84	186.478,00	-41.472,08	-22,24%
PLAN ROMBO	0,50%	84	189.200,00	-38.386,22	-20,29%
PLAN OVALO	0,50%	84	283.400,00	-60.396,14	-21,31%

Tabla 11: *Valor esperado del resultado. Segmento hacthback.*

En todos los casos, el valor esperado es negativo. Si bien esta conclusión es obvia, ya que se trata de un costo de la financiación, nos permite determinar un ranking al relacionar el resultado esperado con el valor del vehículo (valor de referencia, ya sea el 70% o el 100%) (valores de la última columna). En este sentido, el ranking sería idéntico al determinado en C.2):

1) Plan Rombo
2) Plan Ovalo
3) Autoahorro VW

Para el segmento de *pick up*, tendríamos:

Plan	Tasa de valuación	Nro.de Cuotas	VB (Valor Básico)	VE(R) Valor Esperado del Resultado	VE(R)/VB Costo vs Inversión
AUTOAHORRO VW	0,50%	84	318.710,00	-84.192,22	-26,42%
PLAN TOYOTA	0,50%	84	340.060,00	-69.107,35	-20,32%
PLAN OVALO	0,50%	84	300.230,00	-69.695,73	-23,21%

Tabla 11: *Valor esperado del resultado. Segmento pick up.*

Las conclusiones son similares a la del anterior segmento. El ranking es:

1) Plan Toyota
2) Plan Ovalo
3) Autoahorro VW

También con este análisis, el ranking es idéntico al determinado en C.2)

D) EPÍLOGO

Las conclusiones han sido desarrolladas básicamente en el punto C), aplicando las herramientas desarrolladas en A) y B), con sus limitaciones y particularidades.

Como se puede apreciar, a través del presente trabajo, hemos tratado de desarrollar una serie de herramientas para poder analizar todas las variables involucradas en un plan de ahorro y ponderarlas en conjunto para llegar a alguna conclusión válida respecto de su conveniencia relativa. En consecuencia, comparamos costos implícitos y resultados esperados, obteniendo idénticas conclusiones. Describimos la dificultad de establecer una tasa de costo implícito, debida a la movilidad del período de adjudicación. La esencia misma de los planes de ahorro generan distintas probabilidades de adjudicación que también fueron tenidas en cuenta en la determinación del valor esperado del resultado. Más allá de la utilidad de poder comparar planes por segmento, creemos que también es válido poner de manifiesto, a través del desarrollo realizado, todas las variables involucradas y sus relaciones, para clarificar enfoque, criterios de valuación y llegar a conclusiones coherentes, justificadas en el funcionamiento de dichas variables.

APENDICE I

Tabla de probabilidades para planes con licitación, para n=50 y n=84.

Con Licitación, n=50			Con Licitación, n=84			Con Licitación, n=84		
k	P(k)	Acum.	k	P(k)	Acum.	k	P(k)	Acum.
1	0,0100	0,0100	1	0,0060	0,0060	51	0,0094	0,3718
2	0,0101	0,0201	2	0,0060	0,0119	52	0,0095	0,3813
3	0,0102	0,0303	3	0,0060	0,0180	53	0,0097	0,3910
4	0,0103	0,0406	4	0,0061	0,0240	54	0,0098	0,4008
5	0,0104	0,0511	5	0,0061	0,0301	55	0,0100	0,4108
6	0,0105	0,0616	6	0,0061	0,0363	56	0,0102	0,4210
7	0,0107	0,0723	7	0,0062	0,0424	57	0,0103	0,4313
8	0,0108	0,0830	8	0,0062	0,0487	58	0,0105	0,4418
9	0,0109	0,0940	9	0,0063	0,0549	59	0,0107	0,4525
10	0,0110	0,1050	10	0,0063	0,0612	60	0,0109	0,4634
11	0,0112	0,1162	11	0,0063	0,0676	61	0,0112	0,4746
12	0,0113	0,1275	12	0,0064	0,0740	62	0,0114	0,4860
13	0,0115	0,1390	13	0,0064	0,0804	63	0,0117	0,4977
14	0,0116	0,1506	14	0,0065	0,0869	64	0,0120	0,5097
15	0,0118	0,1624	15	0,0065	0,0934	65	0,0123	0,5220
16	0,0120	0,1744	16	0,0066	0,0999	66	0,0126	0,5346
17	0,0121	0,1865	17	0,0066	0,1066	67	0,0129	0,5475
18	0,0123	0,1989	18	0,0067	0,1132	68	0,0133	0,5608
19	0,0125	0,2114	19	0,0067	0,1200	69	0,0137	0,5745
20	0,0127	0,2241	20	0,0068	0,1267	70	0,0142	0,5887
21	0,0129	0,2370	21	0,0068	0,1335	71	0,0147	0,6034
22	0,0132	0,2502	22	0,0069	0,1404	72	0,0153	0,6187
23	0,0134	0,2636	23	0,0069	0,1474	73	0,0159	0,6346
24	0,0136	0,2772	24	0,0070	0,1543	74	0,0166	0,6512
25	0,0139	0,2911	25	0,0070	0,1614	75	0,0174	0,6686
26	0,0142	0,3053	26	0,0071	0,1685	76	0,0184	0,6870
27	0,0145	0,3198	27	0,0072	0,1757	77	0,0196	0,7066
28	0,0148	0,3346	28	0,0072	0,1829	78	0,0210	0,7276
29	0,0151	0,3497	29	0,0073	0,1902	79	0,0227	0,7503
30	0,0155	0,3652	30	0,0074	0,1976	80	0,0250	0,7753
31	0,0159	0,3810	31	0,0074	0,2050	81	0,0281	0,8034
32	0,0163	0,3973	32	0,0075	0,2125	82	0,0328	0,8362
33	0,0167	0,4141	33	0,0076	0,2201	83	0,0410	0,8772
34	0,0172	0,4313	34	0,0076	0,2277	84	0,1228	1,0000
35	0,0178	0,4491	35	0,0077	0,2354			
36	0,0184	0,4674	36	0,0078	0,2432			

37	0,0190	0,4865	37	0,0079	0,2511			
38	0,0198	0,5062	38	0,0080	0,2591			
39	0,0206	0,5268	39	0,0081	0,2671			
40	0,0215	0,5483	40	0,0081	0,2753			
41	0,0226	0,5709	41	0,0082	0,2835			
42	0,0238	0,5947	42	0,0083	0,2918			
43	0,0253	0,6200	43	0,0084	0,3003			
44	0,0271	0,6472	44	0,0085	0,3088			
45	0,0294	0,6766	45	0,0086	0,3174			
46	0,0323	0,7089	46	0,0088	0,3262			
47	0,0364	0,7453	47	0,0089	0,3351			
48	0,0424	0,7878	48	0,0090	0,3440			
49	0,0531	0,8408	49	0,0091	0,3532			
50	0,1592	1,0000	50	0,0092	0,3624			

Tabla de probabilidades para planes con licitación, para n=50 y n=84. (Continuación)

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BARTOLOMEO, Alejandro. (2015). "Resultados esperados en rentas anticipadas aleatorias. Aplicación a la valuación de inversiones en planes de ahorro". *Anales de las XXXVI Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera*. Asociación de Profesores Universitarios de Matemática Financiera (APUMF).

2. FRARE, María Juana. (2009). "Valuación de Deudas". Serie Cuadernos, Sección Matemática Nº 99, (FCE, UNC, Mendoza).

3. LEVI, Eugenio. (1973). *Curso de Matemática Financiera y Actuarial*. Volúmenes I y II, Editorial Bosch, Barcelona.

4. TULIÁN, Eliseo César y MÓNACO, Mirta Liliana. (1999). "Rentas Ciertas". Serie Cuadernos, Sección Matemática y Estadística N° 82, Segunda Edición (FCE, UNC, Mendoza).

5. TULIÁN, Eliseo César y MÓNACO, Mirta Liliana. (1999). "Sistemas de Amortización de Deudas". Serie Cuadernos, Sección Matemática y Estadística N° 83, Segunda Edición, (FCE, UNC, Mendoza).

6. TULIÁN, Eliseo César (1986). "El Alto Costo del Ahorro Previo". *Anales de las VII Jornadas de Profesores Universitarios de Matemática Financiera*. Asociación de Profesores Universitarios de Matemática Financiera (APUMF).

7. TULIÁN, Eliseo César. (1980). "Valor Esperado de un tipo de Rentas Aleatorias". *Revista de la Facultad de Ciencias Económicas*, N° 81, FCE UNCuyo, Mendoza.

8. METELLI, María Alejandra. (2014). "Costo financiero implícito en los planes de ahorro previo". *Anales de las XXXV Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera*. Asociación de Profesores Universitarios de Matemática Financiera (APUMF).